

Zestaw 3 - spójność, spójność wierzchołkowa, krawędziowa

Definicje: spójność, spójność wierzchołkowa, spójność krawędziowa

Spójność

1. **Tw.** Jeśli graf G jest niespójny, to graf $\overline{G}$ jest spójny. Czy twierdzenie odwrotne jest prawdziwe? Uzasadnij.
2. **Tw.** Graf spójny rzędu $n \geq 3$ ma dwa wierzchołki u, v takie, że $G - \{u, v\}$ jest spójny.
3. **Tw.** Jeśli graf G jest spójny, to da się tak ponumerować jego wierzchołki $v_1, v_2, \dots, v_n$, aby graf $G[v_1, v_2, \dots, v_i]$ jest spójny dla każdego i .
4. Ila najmniej, a ile najwięcej krawędzi ma graf spójny rzędu n ? A ile graf rzędu n o dokładnie dwóch składowych?

k -spójność

Def. Graf $G = (V, E)$ nazywamy k -spójnym, gdy:

- $|V| > k$,
- $\forall S \subset V \ |S| < k$ graf $G - S$ jest spójny.

Def. *Spójnością* grafu G nazywamy największą liczbę k , dla której graf G jest k -spójny.

Oznaczenie: $\kappa(G)$

Def. Graf $G = (V, E)$ nazywamy *krawędziowo l -spójnym*, gdy każdy zbiór rozcinający ma co najmniej l krawędzi.

Def. *Spójnością krawędziową* grafu G nazywamy największą liczbę l , dla której graf G jest krawędziowo l -spójny.

Oznaczenie: $\lambda(G)$

5. Udowodnij nierówności: $\kappa(G) \leq \lambda(G) \leq \delta(G)$.
 6. **Tw.** Graf jest 2-spójny wtedy i tylko wtedy, gdy każde dwa wierzchołki leżą na wspólnym cyklu.
 7. **Tw.** Hiperkostka Q_n jest grafem n -spójnym.
-